Решение текстовых задач при подготовке учащихся к ЦТ по математике

Математическое образование играет исключительную роль во всей образовательной структуре. Математика является не только базой естественных наук и экономики, но и важнейшей составляющей интеллектуального развития школьников. При подготовке к ЦТ ученики решают задачи на движение, работу, производительность труда, процентный прирост, процентное содержание и др. Имея богатый опыт решения текстовых задач не только с помощью составления уравнений, но и арифметическим способом они выбирают наиболее рациональный способ решения задачи. Кроме того, вовлекая их в создание разнообразных математических моделей решения, достигается одна из основных целей обучения математике: воспитание гармонично развитой личности. На ЦТ встречаются текстовые задачи, и эти задачи, даже в части А, часто вызывают затруднения у школьников. Причина в том, что этому важному разделу алгебры уделяется недостаточно времени на уроках математики.

На ЦТ по математике встречается несколько типов текстовых задач. Условия и «сюжеты» задач могут быть разными. При этом в каждой из них нужно построить математическую модель, то есть обозначить какие-либо величины за переменные, составить уравнение и решить его. И еще есть неочевидные секреты их решения. Основные типы текстовых задач, которые могут встретиться на ЦТ:

**1.**[**Задачи на движение**](https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/zadanie-11-ege-zadachi-na-dvijenie/)

**2.**[**Задачи на работу**](https://ege-study.ru/zadachi-na-rabotu-na-ege-po-matematike/)

**3.**[**Задачи на проценты**](https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/zadachi-ege-na-procenti/)

4. [**Задачи на сплавы, смеси, растворы**](https://ege-study.ru/zadachi-ege-na-splavy-smesi-rastvory/)

5. [**Задачи на движение по окружности**](https://ege-study.ru/zadachi-ege-na-dvizhenie-po-okruzhnosti/)

**6.**[**Задачи на нахождение средней скорости**](https://ege-study.ru/zadachi-ege-na-naxozhdenie-srednej-skorosti/)

7. [**Задачи на движение протяженных тел, встречное движение и обгон**](https://ege-study.ru/zadachi-na-dvizhenie-protyazhennyx-tel-i-slozhenie-skorostej/)

Да, это те самые задачи, где поезд проходит через туннель. Или проезжает мимо платформы. И нам нужно учитывать длину поезда.

Есть еще задачи на встречное движение или обгон. Например, два поезда движутся навстречу друг другу (конечно, по параллельным путям), или один поезд обгоняет другой. Такие задачи удобно решать в движущейся системе отсчета.

Но и это не все. Есть еще задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

8. **Задачи на арифметическую прогрессию**

9. **Задачи на геометрическую прогрессии**

 **2013. А5.** *Одно число меньше другого на , что составляет % большего числа. Найдите меньшее число.*

1) 2) ; 3)  4) ; 5) 

***Решение:***

*Обозначим большее число через x. Это составляет %. Так как  составляет % большего числа, то составим пропорцию:*

*; ; откуда получаем большее число x:*

*Обозначим меньшее число через y. Так как разность между большим и меньшим числами равна , то меньшее число равно:.Правильный ответ *

**2013. В1.** *Автомобиль проехал некоторое расстояние, израсходовав  л топлива. Расход топлива при этом составил  л на  км пробега. Затем автомобиль существенно увеличил скорость, в результате чего расход топлива вырос до  л на  км. Сколько литров топлива понадобится автомобилю, чтобы проехать такое же расстояние?*

***Решение:***

*Сначала необходимо выяснить, какое расстояние проехал автомобиль, израсходовав  л топлива. Обозначив это расстояние через x км, составим пропорцию: *

*Воспользуемся основным свойством пропорции, когда произведение ее крайних членов равно произведению средних членов. Получим:*

*; (км)*

*Затем автомобиль существенно увеличил скорость, в результате чего расход топлива вырос до  л на  км. Для того чтобы узнать, сколько теперь литров топлива (это количество обозначим через y л) понадобится автомобилю, чтобы проехать такое же расстояние в (км), составим новую пропорцию: *

*Снова воспользуемся основным свойством пропорции, только теперь уже когда произведение ее средних членов равно произведению крайних членов. Получим: ; . Откуда  (л)*

***Ответ:*** **

**2013. В9.** *Из города А в город В, расстояние между которыми  км, одновременно выезжают два автомобиля. Скорость первого автомобиля на  км/ч больше скорости второго, но он делает в пути остановку на  мин. Найдите наибольшее значение скорости (в км/ч) первого автомобиля, при движении с которой он прибудет в В не позже второго.*

***Решение:***

*Пусть скорость первого автомобиля равна x км/ч. Поскольку она на  км/ч больше скорости второго автомобиля, то скорость второго автомобиля соответственно меньше скорости первого автомобиля на  км/ч и равна  км/ч. Так как , то время в пути из города А в город В первого автомобиля составляет  часа. Время в пути из города А в город В второго автомобиля равно  часа. То что первый автомобиль прибудет в В не позже второго (т.е. либо раньше, либо одновременно), дает нам основание составить следующее неравенство:*

*Разделим обе части данного неравенства на : *

*Решаем полученное неравенство:*

*;*

*, умножим обе части полученного неравенства на :*

*;;;*

* *

*Применим метод интервалов:*

 *­ + – + – +*

 *───────────***.***─────────◦─────────◦──────────***.***─────────→ x*

 *   *

*Решением неравенства*  *является объединение двух промежутков:*

**

*Поскольку по условию задачи скорость первого автомобиля должна быть обязательно выражена положительным числом, нам надо ограничиться только вторым промежутком. Следовательно, *

*Поэтому наибольшее значение скорости (в км/ч) первого автомобиля из данного промежутка равно  км/ч.*

***Ответ:*** **

**2014. А12.** *Свежие фрукты при сушке теряют  своей массы. Укажите выражение, определяющее массу сухих фруктов (в килограммах), полученных из  кг свежих?*

 ;  ;  ;  ;  ;

***Решение:***

*Пусть свежие фрукты при сушке теряют x кг своей массы. Это составляет . Так как  кг свежих фруктов составляют % , то составим пропорцию:.Откуда получаем число x:*

*Для того, чтобы определить массу сухих фруктов (в килограммах), полученных из  кг свежих, вычислим разность :*

*.Правильный ответ *

***Ответ:*** **

**2014. А15.** *Строительная бригада планирует заказать фундаментные блоки у одного из трех поставщиков. Стоимость блоков и их доставки указана в таблице. При покупке какого количества блоков самыми выгодными будут условия второго поставщика?*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Стоимость фундаментальных****блоков (тыс. руб. за 1 шт.)** | **Стоимость доставки****фундаментальных блоков (тыс. руб. за весь заказ)** |
| **1** | **240** | **1900** |
| **2** | **255** | **1020** |
| **3** | **300** | **(бесплатно)** |

 *Более *;  *от  до *;  *от  до *;  *менее *;  *от  до *;

***Решение:*** *Пусть строительная бригада планирует заказать x штук фундаментальных блоков у одного из трех поставщиков.*

*Стоимость их у первого поставщика будет составлять  тыс. руб.*

*Общая же стоимость всех блоков и их доставки от первого поставщика для строительной бригады будет составлять уже  тыс. руб.*

*Стоимость фундаментальных блоков у второго поставщика будет составлять  тыс. руб.*

*Общая стоимость всех блоков и их доставки от второго поставщика для строительной бригады будет составлять уже  тыс. руб.*

*Общая стоимость всех блоков от третьего поставщика для строительной бригады будет составлять  тыс. руб.*

*То, что самыми выгодными условиями должны быть условия второго поставщика, дает нам основание составить следующую систему неравенств:*

* *

*Решаем ее: или*

*т.е. *

*Поскольку итоговый ответ необходимо дать в целых числах (т.е. система  также должна быть разрешима в целых числах), то самое выгодное количество фундаментальных блоков, которые строительная бригада планирует заказать у второго поставщика, должно быть от  до .*

*Правильный ответ *

***Ответ:*** **

**2014.В12.** *Трое рабочих (не все одинаковой квалификации) выполнили некоторую работу, работая поочередно. Сначала первый из них проработал  часть времени, необходимого двум другим для выполнения всей работы. Затем второй проработал  часть времени, необходимого двум другим для выполнения всей работы. И, наконец, третий проработал  часть времени, необходимого двум другим для выполнения всей работы. Во сколько раз быстрее работа была бы выполнена, если бы трое рабочих работали одновременно? В ответ запишите найденное число, умноженное на .*

***Решение:*** *Пусть x часов – время, необходимое первому рабочему для выполнения некоторой работы.*

*Тогда y часов – время, необходимое второму рабочему для выполнения некоторой работы.*

*z часов – время, необходимое третьему рабочему для выполнения некоторой работы.*

*Всю работу примем за* **1***.*

*Первый рабочий за  час выполнит  часть работы.*

*Второй рабочий за  час выполнит  часть работы.*

*Третий рабочий за  час выполнит  часть работы.*

*Вместе за  час первый и второй рабочий выполнят  часть работы.*

*Всю работу первый и второй рабочий выполнят за  часов.*

*Вместе за  час первый и третий рабочий выполнят  часть работы.*

*Всю работу первый и третий рабочий выполнят за  часов.*

*Вместе за  час второй и третий рабочий выполнят  часть работы.*

*Всю работу второй и третий рабочий выполнят за  часов.*

*Поскольку сначала первый рабочий проработал  часть времени, необходимого двум другим для выполнения всей работы, то составит  часть работы.*

*Затем второй рабочий проработал  часть времени, необходимого двум другим для выполнения всей работы, и это составит  часть работы.*

*И, наконец, третий рабочий проработал  часть времени, необходимого двум другим для выполнения всей работы, и это составит  часть работы.*

*Так как вся работа принята за* **1***, то составляем уравнение:*

**

*или *

* *

*Сначала первый рабочий проработал  часов.*

*Затем второй рабочий проработал  часов.*

*И наконец, третий рабочий проработал  часов.*

*Значит, вместе поочередно они проработали:*

* часов.*

*Если бы трое рабочих работали одновременно, то за  час они выполнили бы  часть работы, а всего работали бы одновременно  часов.*

*Теперь можно найти, во сколько раз быстрее работа была бы выполнена, если бы трое рабочих работали одновременно. Для это вычислим частное:*

 *Получаем:*

**

**

**

*Воспользовавшись равенством , получим:*

**

*Поскольку в ответ необходимо записать найденное число, умноженное на , то в итоге получаем: .* ***Ответ:*** **

*2015.* ***В1.*** *Витя купил в магазине некоторое количество тетрадей, заплатив за них  тысяч рублей. Затем он обнаружил, что в другом магазине тетрадь стоит на  тысячи рублей меньше, поэтому, заплатив такую же сумму, он мог бы купить на  тетрадей больше. Сколько тетрадей купил Витя?*

***Решение:***

*Предположим, что Витя купил в магазине x тетрадей, а цена одной тетради стоила y тысяч рублей. Поскольку мальчик заплатил за них  тысяч рублей, составим первое уравнение: *

*В другом магазине тетрадь уже стоила  тысяч рублей. Витя мог бы купить в нем  тетрадей. За них он заплатил бы  тысяч рублей. Так как эта сумма снова составила  тысяч, то составим второе уравнение:*

*Составим систему уравнений:*

**

*Решаем ее: *

*Так как правые части обоих уравнений системы  равны, то*

**

**

**

**

*Подставим полученное значение y в первое уравнение системы :*

*  *

*Решаем полученное квадратное уравнение.*

*Найдем его корни:a=, b=, c=*

*Вычислим дискриминант:*

**

*Поскольку , то уравнение  имеет  действительных различных корня.*

******

******

*Первый корень  не удовлетворяет условию задачи, так как по условию задачи количество тетрадей должно быть обязательно выражено положительным числом. Следовательно, , т.е. Витя купил  тетрадей.*

***Ответ:*** **

**2015 В12.** *Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на  и на  дают в остатке , а при делении на  дают в остатке .*

***Решение:***

*Все трехзначные числа, которые при делении на  дают в остатке , можно записать в виде: 102, 106, 110, 114, 118, 122, …, 990, 994, 998*

*Все трехзначные числа, которые при делении на  дают в остатке , можно записать в виде: 104, 110, 116, 122, 128, 134, …, 986, 992, 998*

*Так как  а  то наименьшее общее кратное двух чисел  и  равно . И все трехзначные числа, которые делятся на  и на  нацело, должны делиться нацело и на .*

*Все трехзначные числа, которые при делении на  и на  (при делении на ) дают в остатке , можно записать в виде: 110, 122, 134, 146, 158, 170, …, 974, 986, 998*

*Так как    то наименьшее общее кратное двух чисел ,  и  равно . И все трехзначные числа, которые делятся ,  и  нацело, должны делиться нацело и на .*

*Все трехзначные числа, которые при делении на  и на  дают в остатке , а при делении на  дают в остатке  (при делении на ), можно записать в виде:*

*122,158,194,230, 266, 302, …, 914, 950, 986*

*Получена конечная арифметическая прогрессия.*

*Для того, чтобы найти число ее членов, воспользуемся формулой:*******

*(формула n-го члена арифметической прогрессии)*

*В нашем случае:*  *******,* *******,* ******

******

*Получаем:* ******

******

******

******

*Откуда получаем число членов:*******

*Для того, чтобы найти сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на  и на  дают в остатке , а при делении на  дают в остатке , воспользуемся формулой:*

*,(сумма членов конечной арифметической прогрессии равна произведению полсуммы крайних членов на число всех членов).*

*Таким образом, *

***Ответ:*** 

***2018. В3.****В жилом доме «Альфа» 13% от общего числа квартир составляют однокомнатные, а в жилом доме «Омега» 61% от общего числа квартир – однокомнатные. Определите, во сколько раз больше общее количество квартир в жилом доме «Альфа», если 16% всех квартир в двух домах составляют однокомнатные.*

***Решение.***

*Пусть x – число однокомнатных квартир в доме «Альфа», а y – число однокомнатных квартир в доме «Омега».*

*Тогда, с одной стороны, общее число однокомнатных квартир в двух домах можно записать как 0.16(x+y) – 16% от общего числа квартир.*

*С другой стороны, то же самое число однокомнатных квартир можно представить так:*

*0.13x + 0.61y – это 13% общего числа квартир в доме «Альфа» и 61% общего числа квартир в доме «Омега».*

*Составим уравнение:*

*0.16(x+y) = 0.13x + 0.61y,*

*0.16x+0.16y = 0.13x + 0.61y,*

*0.03x = 0.45y,*

*3x = 45y,*

*x = 15y.*

*Таким образом, общее число квартир в доме «Альфа» в 15 раз больше, чем в доме «Омега».*

***Ответ:*** *15.*