# Задачи, решаемые с конца

Предмет математики настолько серьезен,
что нельзя упускать случая,
сделать его немного занимательным.
*Блез Паскаль.*

**Цель:** создание условий для развития творческой, познавательной активности учащихся при изучении математики, развитие и сохранение устойчивого и долговременного интереса к предмету.

**Задачи:**

* развивать познавательные интересы ребенка (восприятие, мышление, внимание, воображение, память и др.);
* формировать у учащихся устойчивый интерес к предмету и познавательную активность;
* формировать навыки самостоятельной работы и потребности в исследовательской деятельности;
* развивать коммуникативные качества личности.

Увлечение математикой часто начинается с размышлений над какой-то новой, интересной, нестандартной и понравившейся задачей. Она может встретиться и на школьном уроке, и на занятии математического кружка, в журнале или книге, ее можно услышать от друга или от родителей. Задачи на логику развивают в человеке сообразительность, интеллект и упорство в достижении цели. Очень часто одна решенная логическая задача пробуждает у ребенка устойчивый и долговременный интерес к изучению математики, желание искать и решать новые логические, нестандартные задачи и задачи повышенной трудности. А это, во многом, и есть главная цель учителя.

Логические задачи – это хороший способ развития умственных способностей.

**Занятие № 1. Задачи, решаемые с конца**

**1. Магия чисел.**Я задумал число, прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 3, умножил на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил число 2. Какое число я задумал.

**2. Яблоки.**Трое мальчиков имеют по некоторому количеству яблок. Первый мальчик дает другим столько яблок, сколько каждый из них имеет. Затем второй мальчик дает двум другим столько яблок, сколько каждый из них теперь имеет; в свою очередь и третий дает каждому из двух других столько, сколько есть у каждого в этот момент. После этого у каждого из мальчиков оказывается по 8 яблок. Сколько яблок было у каждого мальчика вначале?

**3. Черт и бездельник.**Однажды черт предложил бездельнику заработать. “Как только ты перейдешь через этот мост, – сказал он, – твои деньги удвоятся. Можешь переходить по нему сколько хочешь раз, но после каждого перехода отдавай мне за это 24 рубля”. Бездельник согласился и … после третьего перехода остался без денег. Сколько денег у него было сначала?

**4. Туристы.**Группа туристов отправилась в поход. В первый день они прошли 1/3 пути, в второй – 1/3 остатка, в третий – 1/3 нового остатка. В результате им осталось пройти 32 км. Сколько километров был маршрут туристов?

**5. Гуси.**Над озерами летели гуси. На каждом озере садилась половина гусей и еще полгуся, остальные летели дальше. Все сели на семи озерах. Сколько было гусей?

**6. Крестьянин и царь.**Крестьянин пришел к царю и попросил: “Царь, позволь мне взять одно яблоко из твоего сада”. Царь ему разрешил. Пошел крестьянин к саду и видит: весь сад огорожен тройным забором. Каждый забор имеет только одни ворота, и около каждых ворот стоит страж. Подошел крестьянин к первому стражу и сказал: “Царь разрешил мне взять одно яблоко из сада”. “Возьми, но при выходе должен будешь отдать мне половину яблок, что возьмешь, и еще одно”, – поставил условие страж. Это же повторили ему второй и третий, которые охраняли другие ворота. Сколько яблок должен взять крестьянин, чтобы после того, как отдаст положенные части трем стражам, у него осталось одно яблоко?

***Решение задач.***

**1. Магия чисел.**Я задумал число, прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 3, умножил на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил число 2. Какое число я задумал.

*Решение.*Решаем задачу с конца:
1) 2 ∙ 7 = 14 – число до деления на 7.
2) (14 + 6) : 4 = 5 – число до умножения на 4.
3) 5 ∙ 3 = 15 – число до деления на 3.
4) 15 – 5 = 10 – искомое число.
Ответ: задумано число 10.

**2. Яблоки.**Трое мальчиков имеют по некоторому количеству яблок. Первый мальчик дает другим столько яблок, сколько каждый из них имеет. Затем второй мальчик дает двум другим столько яблок, сколько каждый из них теперь имеет а третий дает каждому из двух других столько, сколько есть у каждого в этот момент. После этого у каждого из мальчиков оказывается по 8 яблок. Сколько яблок было у каждого мальчика вначале?

*Решение.*

Решаем задачу с конца с помощью таблицы.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер мальчика | 1 | 2 | 3 |
| Число яблок в конце | 8 | 8 | 8 |
| Число яблок до передачи их третьим мальчиком | 8 : 2 = 4 | 8 : 2 = 4 | 8 + 8 + 4 = 16 |
| Число яблок до передачи их вторым мальчиком | 4 : 2 = 2 | 4 + 2 + 8 = 14 | 16 : 2 = 8 |
| Число яблок первоначально | 2 + 4 + 7 = 13 | 14 : 2 = 7 | 8 : 2 = 4 |

Таким образом, первоначально яблок у первого, второго и третьего мальчиков было соответственно 13, 7 и 4.

Ответ: 13 яблок, 7 яблок, 4 яблока.

**3. Черт и бездельник.**Однажды черт предложил бездельнику заработать. “Как только ты перейдешь через этот мост, – сказал он, – твои деньги удвоятся. Можешь переходить по нему сколько хочешь раз, но после каждого перехода отдавай мне за это 24 рубля”. Бездельник согласился и … после третьего перехода остался без денег. Сколько денег у него было сначала?

*Решение.*

Так как после третьего перехода у бездельника денег не осталось, то после перехода моста в третий раз у него было 24 рубля, а до перехода третьего моста – 12 рублей. Тогда после перехода второго моста у бездельника было 12 + 24 = 36 (рублей), а до перехода второго моста – 36 : 2 = 18 (рублей). Рассуждая аналогично, получим, что после перехода первого моста у бездельника стало 18 + 24 = 42 (рубля), а перед переходом первого моста – 42 : 2 = 21 (рубль). Таким образом, у бездельника сначала был 21 рубль.

Ответ: 21 рубль.

**4. Туристы.**Группа туристов отправилась в поход. В первый день они прошли 1/3 пути, в второй – 1/3 остатка, в третий – 1/3 нового остатка. В результате им осталось пройти 32 км. Сколько километров был маршрут туристов?

*Решение.*

Так как осталось 32 км, а в третий день туристы прошли остаток, то 32 км будут составлять последнего 2/3 остатка, тогда сам последний остаток будет равен 32 : 2/3 = 48 (км). Эти 48 км будут составлять 2/3 длины маршрута, оставшегося пройти после первого дня. Тогда весь маршрут, который осталось пройти, будет равен 48 : 2/3 = 72 (км). Эти 72 км составляют вновь 2/3, но уже всего маршрута туристов, а значит, весь маршрут будет равен 72 : 2/3 = 108 (км).

Ответ: 108 км

**5. Гуси.**Над озерами летели гуси. На каждом озере садилась половина гусей и еще полгуся, остальные летели дальше. Все сели на семи озерах. Сколько было гусей?

*Решение.*

Так как на последнем озере сели оставшиеся гуси и больше не осталось, то там сел 1 гусь. Если бы село 2, то 1 гусь остался бы еще. Тогда к шестому озеру подлетало 1 + 12∙2 = 3 гуся. А к пятому 3 + 12∙2 = 7, к четвертому 7 + 12∙2 = 15, к третьему – 15 + 12∙2 = 31, ко второму 31 +12∙2 = 63, тогда к первому подлетело 63 + 12∙2 = 127 гусей.

Ответ: 127 гусей

**6. Крестьянин и царь.**Крестьянин пришел к царю и попросил: “Царь, позволь мне взять одно яблоко из твоего сада”. Царь ему разрешил. Пошел крестьянин к саду и видит: весь сад огорожен тройным забором. Каждый забор имеет только одни ворота, и около каждых ворот стоит страж. Подошел крестьянин к первому стражу и сказал: “Царь разрешил мне взять одно яблоко из сада”. “Возьми, но при выходе должен будешь отдать мне половину яблок, что возьмешь, и еще одно”, – поставил условие страж. Это же повторили ему второй и третий, которые охраняли другие ворота. Сколько яблок должен взять крестьянин, чтобы после того, как отдаст положенные части трем стражам, у него осталось одно яблоко?

*Решение.*

Перед последними воротами у крестьянина должно остаться (1 + 1) ∙ 2 = 4 яблока, перед вторыми – (4 + 1) ∙ 2 = 10, и перед первыми – (10 + 1) ∙ 2 = 22 яблока.

Ответ: 22 яблока.

**7. Лилия на озере.** На озере расцвела лилия. Каждый день число цветков удваивалось и на 20-й день все озеро покрылось цветами. За сколько дней покрылась цветами половина озера?

*Решение.*

Начнем с конца. Так как каждый день число цветков удваивается, а на 20-й день все озеро покрылось цветами, то половина его была покрыта цветами за один день до того, т.е. на 19-й день.

Ответ: за 19 дней.

**Дополнительные задачи и задачи для самостоятельного решения.**

1. Это старинная задача. Крестьянка пришла на базар продавать яйца. Первая покупательница купила у нее половину всех яиц и еще половину яйца. Вторая покупательница приобрела половину оставшихся яиц и еще половину яйца. Третья купила всего одно яйцо. После этого у крестьянки не осталось ничего. Сколько яиц она принесла на базар?

2. Задача из книги "Арифметика" Леонтия Магницкого. Отец решил отдать сына в учебу и спросил учителя: "Скажи, сколько учеников у тебя в классе?" Учитель ответил:

"Если придет еще учеников столько же, сколько имею, и полстолько, и четвертая часть, и твой сын, тогда будет у меня сто учеников". Сколько же учеников было в классе?

3. Мать купила яблоки. Два из них взяла себе, а остальные разделила между тремя своими сыновьями. Первому она дала половину всех яблок и половину яблока, второму – половина остатка и еще половину яблока, третьему – половину нового остатка и оставшуюся половину яблока. Сколько яблок купила мать, и сколько яблок получил каждый из сыновей?

4. Поставили самовар, а потом 7 раз садились пить чай и каждый раз выпивали половину имеющейся в нем воды. Оказалось, что после этого остался всего стакан воды. Сколько воды было в самоваре перед чаепитием?

5. Я задумал число, отнял 57, разделил на 2 и получил 27. Какое число я задумал?

6. На праздник купили торт. Но ели его очень интересно – к торту подходил человек и съедал половину того, что осталось. Всего торт ели 5 человек, а пришедшему последним (пятым) Стасу, отдали все, что осталось – полкило торта. Сколько весил торт в начале?

7. Некто прогулял 1/4  урока. На следующий день он прогулял половину урока. Каждый день количество прогулянных уроков увеличивалось в два раза. На десятый день он впервые прогулял все уроки. На какой день он прогулял четверть уроков, если их количество в каждый день одинаково.

8. Хулиган Леша с занятия украл много спичек. По дороге другие ребята увидели его и каждый забрал у него несколько. Вова забрал треть, Вася – треть оставшихся, Гриша – еще треть оставшихся, Толя – тоже треть оставшихся. В итоге Леша сжег 16 спичек, и у него после этого спичек не осталось. Сколько у него их было?

9. Три мальчика делили 120 фантиков. Сначала Петя дал Ване и Толе столько фантиков, сколько у них было. Затем Ваня дал Толе и Пете столько фантиков, сколько у них стало. И, наконец, Толя дал Пете и Ване столько, сколько у них к этому моменту имелось. В результате всем досталось поровну. Сколько фантиков было у каждого вначале?

1. У моста через речку встретились Лодырь и Черт. Лодырь пожаловался на свою бедность. В ответ Черт предложил: «Я могу помочь тебе. Каждый раз, как ты пройдёшь этот мост, твои деньги удвоятся. Но каждый раз, перейдя мост, ты должен будешь отдать мне 24 монеты». Три раза проходил Лодырь мост, а когда заглянул в кошелек после третьего прохождения, там стало пусто. Сколько монет было у Лодыря первоначально?
2. Трое мальчиков имеют по некоторому количеству яблок. Первый из мальчиков даёт другим столько, сколько каждый из них теперь имеет, затем второй, а потом и третий даёт каждому из двух других столько, сколько есть у каждого из них в этот момент. После этого у каждого из мальчиков оказывается по 8 яблок. Сколько яблок было у каждого мальчика первоначально?
3. Для Вани, Нины и Миши были куплены яблоки. Первым пришёл Ваня, сосчитал яблоки, и, взяв третью часть, ушёл. Потом пришла Нина и сделала то же самое. Наконец, пришел Миша и взял себе третью часть оставшихся яблок. После этого осталось 8 яблок. Сколько яблок было куплено?