**Гомельская научно-практическая конференция**

**школьников**

**по естественно-научным направлениям**

**«Поиск»**

Учебно-исследовательская работа

**Числа Фибоначчи и Золотое сечение**

#### Учащихся 7 класса

#### ГУО «СШ № 50 г. Гомеля»

#### Яковенко Ангелины и

#### Стальченко Дарьи

Научный руководитель –

#### учитель математики ГУО «СШ № 50 г. Гомеля»

 Кожемякина Татьяна Николаевна

Гомель, 2013

**Содержание**

ВВЕДЕНИЕ…………………………………………………………………...3

1. Леонардо Пизанский. Числа Фибоначчи………………………………..4
2. Геометрический парадокс………………………………………………...6
3. Сложение чисел Фибоначчи……………………………………………..14
4. Золотое сечение и архитектура………………………………………… 17

ЗАКЛЮЧЕНИЕ………………………………………………………………18

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ…………………………....19

ПРИЛОЖЕНИЯ………………………………………………………………20

|  |
| --- |
| “Геометрия владеет двумя сокровищами:одно из них — это теорема Пифагора,а другое — деление отрезка в среднеми крайнем отношении…Первое можно сравнить с мерой золота; второе жебольше напоминает драгоценный камень”.  |
| Иоганн Кеплер  | Иоганн Кеплер  |

**Введение**

Данная работа является продолжением моей исследовательской работы, посвященной выявлению «золотого сечения» в различных областях и особой числовой закономерности, отвечающей за гармонию и красоту. В этой работе речь пойдет о числах Фибоначчи, об удивительных свойствах этих чисел, о том, где их можно встретить. Опираясь на числа Фибоначчи, я попыталась объяснить интересный геометрический парадокс, разобраться с известным фокусом о сложении десяти чисел Фибоначчи, а также продолжила работу по поиску удивительной пропорции в окружающем нас мире, только на этот раз выбрала объектом своих исследований архитектуру родного города.

Работая над темой «золотое сечение», я увидела строгую математику в окружающем нас мире, это подтвердили мои эксперименты по исследованию пропорций ладоней человека, расположению листочков комнатных растений, пропорций морской ракушки, кленового листика и замечательной кошки, а также я пробовала обнаружить принцип золотого сечения в действиях человека. Мне очень понравилось освещать эту тему, было интересно проводить эксперименты и, конечно же, я решила заняться более подробным изучением особых числовых закономерностей, встречающихся в окружающем нас мире.

Своей работой мне удалось заинтересовать и увлечь многих одноклассников, чья помощь оказалась неоценимой.

Итак, **объектом** исследований являются числа Фибоначчи. **Цель** исследований – продемонстрировать как проявляют себя числа Фибоначчи, изучить их некоторые свойства, показать использование этих чисел при решении некоторых математических задач. В работе есть ссылки на те факты, которые были исследованы в предыдущей работе «Золотое сечение». Чтобы достичь намеченных целей пришлось изучить более подробно существование иррациональных чисел, научиться решать квадратные уравнения, однородные уравнения второй степени, познакомиться с последовательностями чисел, которые обладают определенными свойствами, научиться решать некоторые геометрические задачи, подобрать нужную литературу и изучить ее.

Работа по этой теме была не простой, но увлекательной, я узнала много нового и постаралась применить эти знания при решении интересных задач.

1. **Леонардо Пизанский. Числа Фибоначчи**

По обычаям 13 века, знаток всевозможных соотношений между числами и весьма искусный вычислитель Фибоначчи, участвовал в математических турнирах, которые можно сравнить с нынешними математическими олимпиадами. Его искусство в решении числовых задач изумляло всех. Одна из задач, предложенных на турнире, имела следующее содержание: найти полный квадрат, остающийся полным квадратом как после увеличения его, так и после уменьшения на 5. Полным квадратом здесь имеется ввиду число, из которого точно извлекается квадратный корень. Фибоначчи после некоторых размышлений нашел такое число. Оно оказалось дробным: , или . Я проверила, действительно:

 ,

 ,

 , .

 Удивительно, как ему это удалось, какими соображениями руководствовался Фибоначчи, но с задачей он справился блестяще. И на сегодня есть только предположения, как ему удалось решить эту задачу достаточно быстро. Вот этот гениальный человек составил такой ряд из натуральных чисел, который впоследствии оказался полезным науке: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,55, ...

Закон образования членов этого ряда очень прост: первые два члена − единицы, а затем каждый последующий член получается путем сложения двух непосредственно ему предшествующих. Например, 2=1+1, 3=1+2, 5=2+3, 8=3+5 и т. д. Если в ряду чисел Фибоначчи взять отношение последующего члена к предыдущему или наоборот, то получим числа приблизительно равные 1,618 и 0,618. Причем, чем больше порядковые номера членов, тем точнее выполняется "золотое" соотношение ( Приложение 1).

Напомню, что данная последовательность стремится к некоторому постоянному соотношению (все медленнее и медленнее приближаясь к нему). Однако, это соотношение представляет собой число с бесконечной, непредсказуемой последовательностью десятичных цифр в дробной части. Его невозможно выразить точно десятичной дробью. Если какой-либо член последовательности Фибоначчи разделить на предшествующий ему, результатом будет величина, колеблющаяся около значения 1,61803398875… и через раз то превосходящая, то не достигающая его. Но, даже затратив на это Вечность, невозможно узнать соотношение точно, до последней десятичной цифры.

 На сухом языке математики Золотое сечение — это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей. Отношение большей части отрезка к меньшей в золотом сечении принято обозначать греческой буквой «фи» в честь древнегреческого скульптора Фидия, жившего в V в. до н. э.; «фи» приблизительно равно 1,618… Что же такого замечательного скрыто в этой пропорции, что она занимает умы людей уже много веков?

 Было установлено довольно большое количество ранее неизвестных свойств чисел Фибоначчи, и к самим числам сегодня существенно возрос интерес. Значительное число связанных с математикой людей в различных странах приобщилось к благородному хобби “фибоначчизма”. Наиболее убедительным свидетельством этому может служить журнал “The Fibonacci Quarterly”, издаваемый в США с 1963 г.

Пропорции Фибоначчи благодаря усилиям многих энтузиастов обнаруживаются в самых неожиданных областях знания, через золотое сечение удается связать между собой совершенно разные теории и явления, что свидетельствует о фундаментальной роли теории чисел Фибоначчи в естествознании и в гуманитарных науках. О некоторых свойствах чисел Фибоначчи подробнее мы рассмотрели в этой работе.

1. **Геометрический парадокс**

Геометрический парадокс косвенно связан с числами Фибоначчи.

Возможно ли из квадрата, разрезанного на части определенным образом, составить прямоугольник?

Всем известно, что если какую-либо плоскую фигуру разрезать на несколько частей, затем, прикладывая полученные части друг к другу, образовать новую фигуру, то по форме новая фигура может отличаться от первоначальной, но площадь ее должна остаться прежней; ни одной квадратной единицы не может ни прибавиться, ни убавиться. Это очевидное утверждение считается в геометрии одним из тех первичных основных положений, на которых строится вся теория измерения площадей.

**Рисунок 1 – Превращение квадрата в прямоугольник**

Квадрат разрезан на два равных треугольника и две равные трапеции, длины сторон которых обозначены через . Из этих частей составлен прямоугольник. Если такое превращение квадрата в прямоугольник действительно возможно, то на какие же части надо при этом делить сторону квадрата?

Мы решили осуществить это превращение практически. Сразу же возникло много вопросов. Какие размеры должен иметь квадрат? На какие части надо его разрезать, чтобы получить прямоугольник?

На клетчатой бумаге нарисовали квадрат со стороной 8 единиц. Сначала мы решили, что совершенно не важно, какое значение будет иметь Пусть , ,

 2 6

 2

 6

 6 6+2

 6

Как видно, из рисунка сплошного прямоугольника не получилось. Образовалась щель. Мы решили продолжить поиск нужных нам размеров, выделенных частей квадрата, и разобраться, как меняется размер щели. Сначала рассмотрим возможные варианты для квадрата со стороной 8 единиц.

 кв.ед.

Пусть теперь *,* .

3 5

 3 5 5+3

Прямоугольник составить получилось (Приложение 2)!?

 кв.ед.

 Площадь прямоугольника оказалась равной 65, т.е. на 1 больше площади квадрата. Вот вам и парадокс с площадью. Как такое может быть?

 Когда мы строили прямоугольник, мы слишком доверяли своему глазу, не подкрепили свои действия никакими доказательствами, а это и привело к противоречию. Попробуем разобраться.

 Рассмотрим возможные разбиения квадратов со сторонами 9 ,10, 11 единиц (Приложение 3). Для каждого случая вычислим площадь квадрата, получившегося прямоугольника и площадь щели. Данные вычислений занесем в таблицу.

**Таблица 1− расчет площади щели при построении прямоугольников из частей квадратов со стороной 8,9,10,11 единиц**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Сторона квадрата, ед. |  |  | , кв.ед. | Размеры прямоуг. | кв.ед. | кв.ед. |
| 8 | 7 | 1 | 64 | 7 | 105 | =41 |
| 8 | 6 | 2 | 64 | 6 | 84 | │84─64│=20 |
| 8 | 5 | 3 | 64 | 5 | 65 | │65─64│=1 |
| 9 | 8 | 1 | 81 | 8 | 136 | │136-81│=55 |
| 9 | 7 | 2 | 81 | 7×16 | 112 | │112-81│=31 |
| 9 | 6 | 3 | 81 | 6×15 | 90 | │90-81│=9 |
| 9 | 5 | 4 | 81 | 5×14 | 70 | │70-81│=11 |
| 10 | 9 | 1 | 100 | 9×19 | 171 | │171-100│=71 |
| 10 | 8 | 2 | 100 | 8×18 | 144 | │144-100│=44 |
| 10 | 7 | 3 | 100 | 7×17 | 119 | │119-100│=19 |
| 10 | 6 | 4 | 100 | 6×16 | 96 | │96-100│=4 |
| 11 | 10 | 1 | 121 | 10×21 | 210 | │210-121│=89 |
| 11 | 9 | 2 | 121 | 9×20 | 180 | │180-121│=59 |
| 11 | 8 | 3 | 121 | 8×19 | 152 | │152-121│=31 |
| 11 | 7 | 4 | 121 | 7×18 | 126 | │126-121│=5 |
| 11 | 6 | 5 | 121 | 6×17 | 102 | │102-121│=19 |

Проведя немногочисленные построения и соответствующие вычисления, стало понятно, что при построении прямоугольника из квадрата щель (просвет) или наложение частей квадрата все же образуется , но имеют каждый раз разные размеры. И для того, чтобы сделать какие-то выводы, этих данных не хватает, но продолжать дальнейшие построения трудоемко. Попробуем упростить задачу вычисления площади щели. Рисунок 1.

*=.*

Итак, площадь щели вычислим по формуле

Продолжим заполнять таблицу, используя выведенную формулу.

**Таблица 2 − расчет площади щели при построении прямоугольников из частей квадратов со стороной 3,4,5,6,7,12,13,14 единиц**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Сторона квадрата, ед. |  |  | . |
| 12 | 11 | 1 | 109 |
| 12 | 10 | 2 | │10276 |
| 12 | 9 | 3 | 45 |
| 12 | 8 | 4 | 16 |
| 12 | 7 | 5 | 11 |
| 13 | 12 | 1 | 131 |
| 13 | 11 | 2 | │112=95 |
| 13 | 10 | 3 |  |
| 13 | 9 | 4 | 29 |
| 13 | 8 | 5 | 1 |
| 13 | 7 | 6 | 29 |
| 14 | 13 | 1 | 155 |
| 14 | 12 | 2 | │122=116 |
| 14 | 11 | 3 |  |
| 14 | 10 | 4 |  |
| 14 | 9 | 5 |  |
| 14 | 8 | 6 |  |
| 3 | 2 | 1 | 1 |
| 4 | 3 | 1 | 5 |
| 5 | 4 | 1 | 11 |
| 5 | 3 | 2 | 1 |
| 6 | 5 | 1 | 19 |
| 6 | 4 | 2 | 4 |
| 7 | 6 | 1 | 29 |
| 7 | 5 | 2 | 11 |
| 7 | 4 | 3 | 5 |

Анализируем данные таблицы. Площадь прямоугольника получается либо больше площади квадрата, либо меньше (когда происходит наложение частей квадрата друг на друга). При этом, расхождение между площадью квадрата и площадью прямоугольника во всех случаях, казавшихся нам удачными, составляло ровно 1 единицу. И вообще, возможна ли ситуация, когда произойдет полное совпадение площадей? Эксперименты показали, что такого быть не может. Но математика – точная наука и нужны доказательства.

Итак, квадрат превращается в прямоугольник, при этом площадь квадрата должна равняться площади прямоугольника. Зная, что

*,* составим и решим уравнение:

.

,

Пусть

*D=,*

*D=* D>0

*=.* Значит

< 0, поэтому нас это значение не интересует (отношение отрезков не может быть отрицательным значением).

Получается, что площадь квадрата, который разрезаем на два равных прямоугольных треугольника и две равные трапеции, будет равна площади прямоугольника, составленного из этих частей, если квадрат разделить на части так, что части относятся следующим образом: (Рисунок 1). Только при таком отношении частей возможно полноценное превращение квадрата в прямоугольник. Но, полученное отношение является иррациональным числом. При рациональных значениях площадь квадрата не будет равняться площади прямоугольника. Эксперименты показали, что при целых значениях наименьшая возможная разность между площадями равна 1 (или −1, когда происходит наложение частей квадрата). То есть

или

Решить уравнения найти такие значения переменных х и y,при которых данные уравнения превращаются в верные числовые равенства. Пары таких значений, можно найти из таблицы 1 и таблицы 2. Действительно, пара чисел , является решением уравнения, так как 52−32−5∙3=1. Еще одна пара значений , , которая является решением уравнения , так как . Из таблицы найдем еще пару , Она является решением .
 Итак, пары чисел, которые нас интересуют, следующие: (2,1); (3,2); (5,3); (8,5). Именно при этих значениях, мы получали наименьшую разницу между площадями. Можно предположить, что таких пар чисел существует значительно больше, при этом обращаем внимание на то, что выделенные нами пары чисел, являются соседними числами Фибоначчи, тогда можно найти еще бесконечно много решений уравнений. Например:

Убедимся в этом.

**Таблица 3 − расчет площади щели при построении прямоугольников из частей квадратов со стороной 21, 34, 55 единиц**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Сторона квадрата, ед. |  |  | . |
| 21 | 13 | 8 |  |
| 34 | 21 | 13 |  |
| 55 | 34 | 21 |  |

Итак, мы доказали, что превращение квадрата в прямоугольник невозможно. Известный парадокс с площадью, можно представить как фокус, только, когда выполняются определенные условия: сторона квадрата равна числу из ряда Фибоначчи и части, на которые делится сторона квадрата, также равны соседним числам ряда Фибоначчи. На самом деле, при построении прямоугольника, всегда образуется щель (или наложение частей). Наименьшее значение площади щели равно 1.

Если попробовать обобщить, то . Любые два смежных числа Фибоначчи будут удовлетворять условию

А какую геометрическую форму имеет образовавшаяся щель? Исходя из рисунка – это параллелограмм. Пусть образовавшаяся щель при построении прямоугольника из квадрата. Доказать, что параллелограмм, можно воспользовавшись признаком параллелограмма: четырехугольник является параллелограммом, если его противолежащие стороны попарно равны.

 B C

 А D

AB=CD, как соответствующие стороны равных трапеций, на которые разбивается квадрат. BC=AD, как соответствующие стороны равных треугольников. Чем уже щель, т.е. чем меньше высота параллелограмма, тем менее заметна она и этим можно бы было объяснить невероятное превращение квадрата в прямоугольник.

Как известно, площадь параллелограмма находится по формуле: где −высота параллелограмма, а −сторона параллелограмма, к которой проведен перпендикуляр. Отсюда =.

 *B C*

 *A K D*

Пусть ВК ─ высота, проведенная к стороне AD. Найдем сначала сторону AD из треугольника ATD по теореме Пифагора.

 A

 T D

AT=*y+x* , TD=*y,* AD2 =AT2+TD2, AD2*=,* AD2=

AD2=, AD=. Тогда.

Площадь параллелограмма, т.е. щели, мы уже просчитывали для разных случаев. Рассмотрим вариант, когда площадь щели наименьшая, т. е. . Подставим данные *x* и *y* из таблицы в полученную формулу.

**Таблица 4 − расчет площади щели при построении прямоугольников из частей квадратов со стороной 5, 13, 21 34, 55 единиц**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Сторона квадрата, ед. |  |  | . |
| 5 | 3 | 2 | 1 |
| 13 | 8 | 5 | 1 |
| 21 | 13 | 8 |  |
| 34 | 21 | 13 |  |
| 55 | 34 | 21 |  |

При

0,23 ед. Если в качестве единицы взять сантиметр, то 0,23 см, щель с такой шириной достаточно заметна.

При ширина щели

 см ─ щель с такой шириной все еще заметна, хотя ее ширина гораздо меньше.

При

0,045смщель имеет ширину, которую увидеть сложнее.

При щель с такой шириной еще менее заметна.

При , . Думаю, что такую щель заметить невозможно, а значит и геометрическая шутка с превращением квадрата в прямоугольник обязательно получится. Итак, чем дальше мы продвигаемся по ряду чисел Фибоначчи, тем менее заметными становятся перекрывания или просветы( наложения частей квадрата или образовавшаяся щель). И наоборот, чем ниже мы спускаемся по ряду, тем они становятся более существенными

1. **Сложение чисел Фибоначчи**

Сложение чисел Фибоначчи известный математический фокус, который состоит в почти мгновенном сложении любых десяти последовательных чисел Фибоначчи. Этот фокус мы демонстрировали своим одноклассникам так: мы просили кого-нибудь записать друг под другом два любых числа, какие он пожелает. Затем зрители должны сложить эти числа. Найденное таким образом третье число складывается со вторым (стоящим над ним), и получается четвертое число. Этот процесс повторяют до тех пор, пока в вертикальном столбце не окажется десять чисел. Когда все числа будут записаны, можно не задумываясь подписать сумму этих чисел. Чтобы получить эту сумму, нужно взять четвертое число снизу и умножить его на 11 − операция, которую легко можно проделать в уме. Например:

**Таблица 5 – сумма десяти последовательных чисел, образованных по принципу ряда Фибоначчи**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Первое задуманное число,  | 8 | 2 | 7 | 2 |
| Второе задуманное число,  | 5 | 7 | 10 | 13 |
|  | 13 | 9 | 17 | 15 |
|  | 18 | 16 | 27 | 28 |
|  | 31 | 25 | 44 | 43 |
|  | 49 | 41 | 71 | 71 |
|  | 80 | 66 | 115 | 114 |
|  | 129 | 107 | 186 | 185 |
|  | 209 | 173 | 301 | 299 |
|  | 338 | 280 | 487 | 484 |
| *сумма* | 880=80×11 | 726=66×11 | 1265=115×11 | 1254=114×11 |

Как видно, последовательности чисел в приведенных примерах, не являются числами ряда Фибоначчи, но они образованы по тому же принципу, что и числа Фибоначчи, отсюда и название фокуса.

Перед нами встал вопрос: почему, чтобы получить сумму десяти чисел, полученных описанным способом, нужно взять именно четвертое число снизу и умножить его на 11.

Начали с того, что ввели следующие обозначения: ─ первое задуманное число, *,* ***─*** второе задуманное число, ─ третье число, ─ четвертое число, и т.д. Рассмотрим, как образуются третье, четвертое, пятое и т. д. числа в общем виде, выражая каждый член последовательности через первый член и второй

,

,

,

+,

=**5**,

5,

+5=,

.

Обратите внимание, что коэффициенты являются последовательными числами из ряда Фибоначчи. Найдем сумму:

+++5+55=11(

Получившаяся сумма представляет собой произведение числа 11 и члена последовательности, то есть четвертого снизу. Фокус разгадан и больше не удивляет, хотя возникло желание придумать похожий фокус для другого количества чисел. Мы провели соответствующие вычисления. Удалось получить формулу для вычисления суммы 6 чисел, образованных аналогичным способом (Приложение 5). Для другого количества чисел ничего не получилось. Да и, в случае удачи, эффект от такого фокуса скорее всего, не будет впечатлять, так как вычислить нужное произведение будет не так легко. Простоту и естественность возникновения чисел Фибоначчи можно считать их первым свойством. И по мере накопления информации о числах Фибоначчи эта простота становится только таинственней и привлекательней.

Весьма необычным и даже замечательным явлением является то, что, если разделить любой член последовательности Фибоначчи на следующий за ним получается просто обратная к 1,618 величина: . Об этом мы уже упоминали. Например: 13:8=1,625; 8:13=0,61538; 144:89=1,61798; 89:144=0,61805; 377:233=1,618026; 233:377=0,61804.

А если взять произвольных два числа и построить последовательность чисел по известному нам принципу, будет ли отношение смежных чисел стремиться к известному числу.

Построим ряд по принципу ряда Фибоначчи и будем находить отношение смежных чисел.

25, 100, 125, 225, 350, 575, 925, 1500, 2425, 3925, 6350, 10275, 16625, 26900, 43525, 70425, 113950, 184375,…

1. 100:25=4,
2. 125:100=1,25;
3. 225:125=1,8;
4. 350:2251,56;
5. 575:3501,64
6. 925:5751,61;
7. 1500:9251,62;
8. 2425:15001,616;
9. 3925:24251,6185567;
10. 6350:39251,617834;
11. 10275:63501,6181102;
12. 16625:102751,618004;
13. 26900:166251,618045;
14. 43525:26900
15. 70425:435251,618035;
16. 113950:704251,618033

Как видно, уже после 15 сложений мы получили отношение смежных чисел равное (1,6180339887498948482045868...) с точностью до 5 знаков после запятой. То, что это не случайно, можно убедиться, взяв абсолютно другие числа, и уже после 15 сложений мы получим тот же результат (Приложение 4).

1. **Золотое сечение и архитектура**

Архитектура родного города удивляет своей красотой, особенно после того, когда узнаешь историю .

Н.П. Румянцев создал новый город Гомель, который, как известно, был задуман как идеальный город эпохи Просвещения. Это явление было особенным и уникальным. Создание основного замысла нового Гомеля следует отнести к 1798-1800 гг. – времени.

Гомельская площадь полностью повторяла центральную площадь Парижа - площадь Людовика XIV (площадь Согласия), Петропавловский собор напоминал церковь св. Женевьевы в Париже, костел - Пантеон в Риме, торговые ряды были устроены по примеру петербургских, экономический дом являлся копией дома в графстве Бедфордшир (Англия).

В паскевичский период в Гомеле на средства князей Паскевичей были построены различные учебные заведения, школы, больницы, мужская и женская гимназии, детские приюты, богадельни (приюты для стариков), госпитали и лазареты, чайные, музыкальные салоны и мн. др.

Сегодня Гомель - это своеобразный город-памятник этим выдающимся личностям - просветителям и меценатам, государственным,  военным и общественным деятелям  России.

Несколько пропорций золотого сечения нам удалось отыскать в некоторых, представленных ниже зданиях Гомеля: второй корпус университета ГГУ им. Ф. Скорины, который находится на улице Кирова, был создан по мотивам дворца в итальянском городе Виченце, Собор святых Петра и Павла, католический костёл, здания по улице Советской (Приложение 5).

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

 Знаменитые числа ряда Фибоначчи! Об этих числах говорили и продолжают говорить, спорить ученые и любители математики. Ими интересуются и им удивляются. В этой работе мы смогли разрешить геометрический парадокс. Мы доказали, что квадрат превратить в прямоугольник невозможно, мы исследовали ситуацию, при каких условиях фокус с площадью можно продемонстрировать. И в процессе этих исследований неожиданным образом проявили себя числа Фибоначчи. Когда мы столкнулись впервые с фокусом про отгадывание суммы 10 последовательных чисел Фибоначчи, то появилось желание не просто понять, почему так получается, но попробовать найти алгоритм и для другого количества чисел, построенных по принципу построения ряда Фибоначчи. Простота этих чисел и те свойства, которыми они обладают, удивляют тем больше, чем больше о них узнаем. Взять, к примеру, то факт, что если разделить любой член последовательности Фибоначчи на следующий за ним получается просто обратная к 1,618 величина, обдумывая это, решили исследовать ряд чисел, построенный по принципу ряда Фибоначчи, но первые два числа выбрать произвольно, и получилось, что уже через 15, 16 сложений отношение смежных чисел будет равно 1,61803398874…с точностью до 5 знаков после запятой. Очень хотелось в этой работе продолжит поиски удивительной пропорции в архитектуре родного города. Мы часто проходим мимо, не замечая окружающую нас красоту. Но когда начинаешь вглядываться, отыскивая, где бы могла присутствовать золотая пропорция, когда узнаешь еще и историю строений, то понимаешь всю ценность и уникальность отдельных памятников.

 Математика это тот инструмент, с помощью которого можно познавать окружающий нас мир. Все упорядочивается в соответствии с числами. Эта основа учения Пифагора! И это увлекает, это интересно.

 Нам понравилось освещать эту тему. Было интересно!

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кордемский Б.А., Математическая смекалка: государственное издательство физико-математической литературы, 1958, Москва, 575с.
2. Акулич И.Ф., Нет предела совершенству: Белорусская ассоциация «Конкурс», 2012, Минск.
3. Гарднер М. , Математические чудеса и тайны: Наука, 1982, 128с.
4. Н.Н.Воробьев, Числа Фибоначчи: Популярные лекции по математике, М., 1978, 144с.